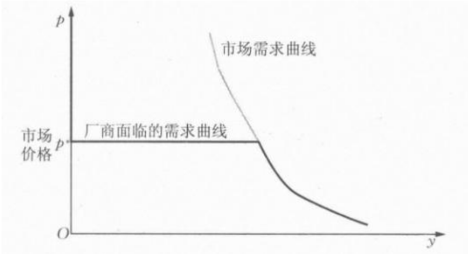
市场结构 范里安教材23-28章重难点梳理

1、完全竞争市场

①理解：重要假设：市场价格与单一厂商的产量无关，即**<u>厂商面临不变的产品价格</u>**（同质产品，每家厂商的市场份额很小）

②辨析：厂商面临的需求曲线 vs 市场需求曲线



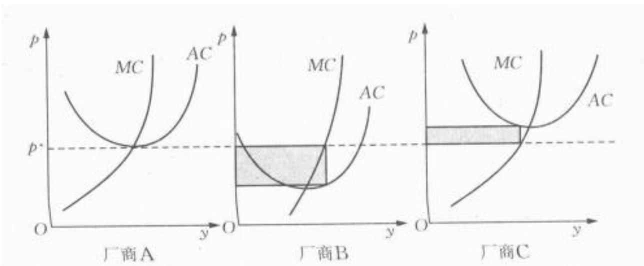
③理解：产品价格的决定：行业供给曲线（由各厂商利润最大化决定）和市场需求曲线

推导：设产品价格为 p，成本为 c(y)，厂商利润$\pi = py - c(y)$

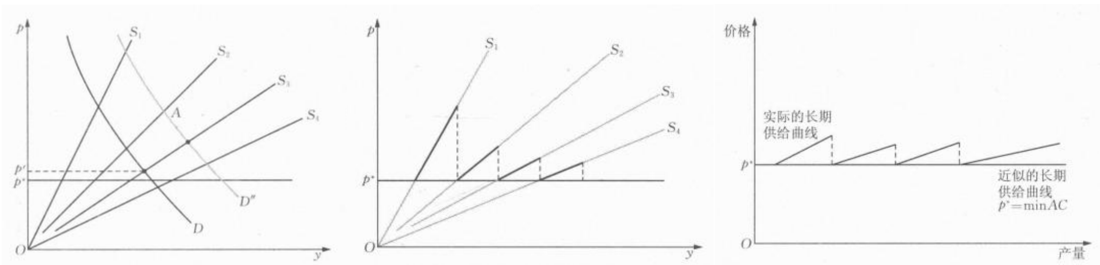
第 i 个厂商的供给决策：利润最大化条件$\frac{d\pi_i}{dy_i} = 0$且$\frac{d\pi_i}{d^2y_i} < 0$，由此得到在价格 p 下厂商 i 的供给$y_i(p)$，以及行业总供给$S(p) = \sum_{i=1}^{n} y_i(p)$。设消费者需求函数为$D(p) = f(p)$，令$S(p) = D(p)$，解得均衡产品价格 p。

<u>注意：上述推导的前提：产品价格 p 为定值</u>

④理解：行业的短期均衡与长期均衡



短期均衡：在短期，由于各厂商成本函数不同，行业内厂商有正利润、零利润、负利润三种情况。

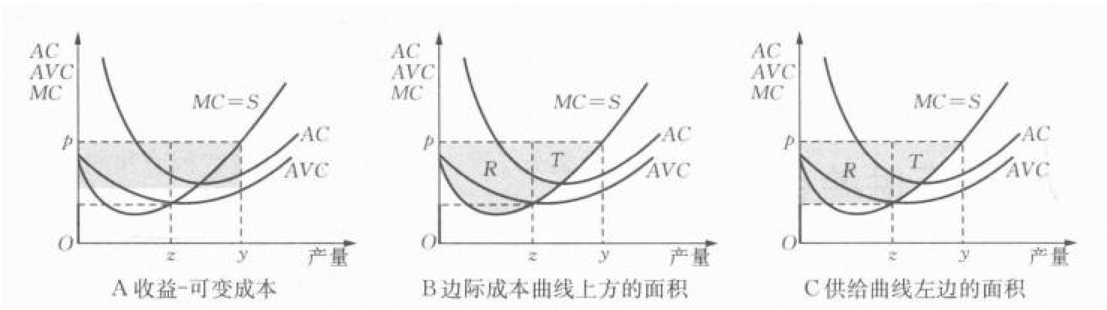


长期均衡：在长期，高成本厂商退出市场，低成本厂商进入市场，行业内厂商利润近似为零。

$$\pi = py - c(y) = y(p - \min AC) = 0$$

⑤理解：竞争市场价格不变假设的合理性

⑥理解：生产者剩余的三种表示方式



A 收益-可变成本　B 边际成本曲线上方的面积　C 供给曲线左边的面积

A:定义：生产者剩余 $= py - VC = y(p - AVC)$

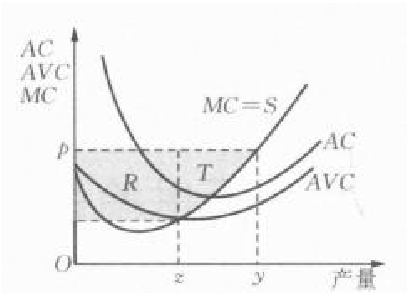
A→B：$\int MC\,dy = VC$

证明：设成本函数 C(y)，$MC = \dfrac{dC(y)}{dy} = \dfrac{d(VC + FC)}{dy} = \dfrac{dVC}{dy}$

B→C：$AVC \cdot z = \int_0^z MC\,dy$，证明同上

⑦理解：图像 MC、AVC、AC 曲线的关系：MC 先后过 AVC 和 AC 的最低点。

⑧理解：厂商供给曲线的表示。



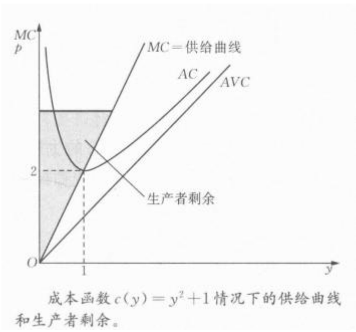
证明：MC 在 AVC 以上的部分即为厂商供给曲线。

厂商供给决策：$\dfrac{d\pi_i}{dy_i} = 0$ 且 $\dfrac{d\pi_i}{d^2 y_i} < 0$

$\pi_i = py_i - c(y_i)$，$\frac{d\pi_i}{dy_i} = p - MC = 0 \Longrightarrow p = MC$，$\frac{d\pi_i}{d^2 y_i} = -\frac{dMC}{dy_i} < 0 \Longrightarrow \frac{dMC}{dy_i} > 0$

<u>**注意：考虑实际情况，除利润最大化条件外，还要求 P>AVC，否则厂商还不如不生产。**</u>

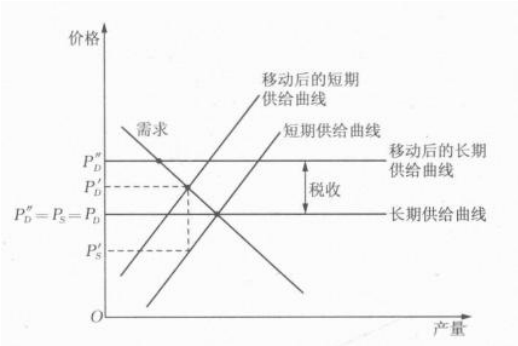
题目中的 MC 线性假设，生产者剩余的表示。



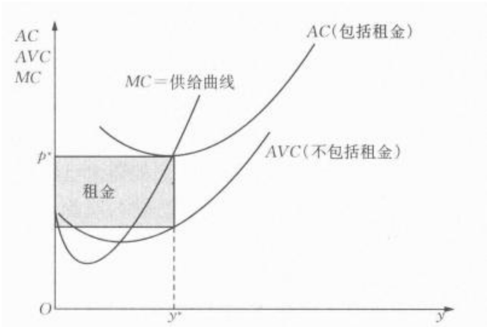
成本函数 $c(y) = y^2 + 1$ 情况下的供给曲线和生产者剩余。

题目中往往作 MC 线性假设，即 MC 始终向右上方倾斜，恒大于 AVC，<u>**隐含 P>AVC 的条件**</u>。在这种情况下，生产者剩余表示为常见的供给曲线左侧的三角形面积。

⑨理解：短期生产条件：生产者剩余≥0 or P≥AVC；长期生产条件：利润≥0 or P≥AC
⑩完全竞争市场的几个例子
长短期税收



短期税收部分转嫁，长期税收完全转嫁。
经济租金



方框面积表示的是土地的经济租金。

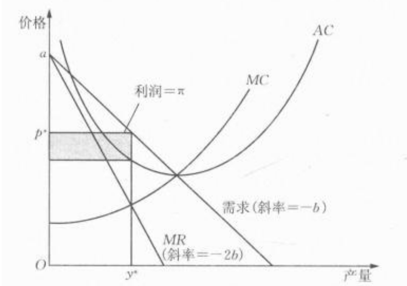
生产者剩余$=py-VC=y(p-AVC)$

利润$\pi=py-c(y)=y(p-AC)$

生产者剩余与利润的差额：$y(p-AVC)-y(p-AC)=y\cdot AFC=FC$

经济租金的来源：厂商的不变成本不是自有资本，而是借入资本，需要为其付费。
2、垄断厂商
①理解：垄断势力：垄断厂商的产量会影响市场价格，厂商面临整个市场需求曲线。
②理解：产品价格的决定
推导：设产品价格为 p(y)，成本为 c(y)，厂商利润$\pi=p(y)\cdot y-c(y)$

利润最大化条件：$\dfrac{d\pi}{dy}=\dfrac{dp(y)}{dy}\cdot y+p(y)-MC=0$且$\dfrac{d\pi}{d^2y}<0$，得到 y 的函数$f(y)=0$。该函数决定了 y 值，即均衡产量。将均衡产量代入市场需求曲线，得到市场均衡价格。



③理解：成本加成定价

对于利润最大化条件中的$\frac{dp(y)}{dy}\cdot y+p(y)-MC=0$，

写成需求弹性形式$\varepsilon(y)=\frac{dy/y}{dp(y)/p(y)}=\frac{p(y)}{MC-p(y)}$ $(\varepsilon(y)<0)$

将 p(y)表示为$\varepsilon(y)$的表达式：

$$p(y)=\frac{\varepsilon(y)}{1+\varepsilon(y)}MC=\left(1-\frac{1}{1+\varepsilon(y)}\right)MC=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon(y)|}\right)MC$$

$|\varepsilon(y)|$的取值范围？小于1，等于1，还是大于1？

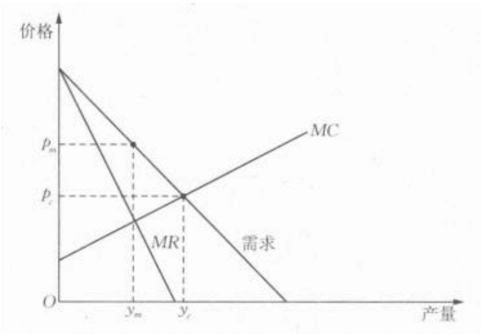
考虑$MR=\frac{dp(y)}{dy}\cdot y+p(y)=p(y)\cdot\left(1-\frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right)$,

当$|\varepsilon(y)|\leqslant 1$时，$MR\leqslant 0$，当$MC>0$时显然不是利润最大化点

因此，仅当$|\varepsilon(y)|>1$时，$MR>0$，才可能存在$MR=MC$的利润最大化点

$|\varepsilon(y)|>1$时，$p(y)=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon(y)|}\right)MC>MC$，即所谓的成本加成定价

④垄断的低效率



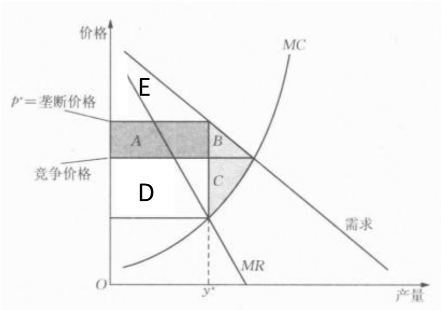
完全竞争市场时，价格决定于行业总供给曲线 MC 于需求曲线的交点p_c，产量y_c

（在价格p_c下，各个厂商面临水平的需求曲线，它们各自的供给曲线MC_i与水平需求曲线的交点决定它们各自的产量）

对于垄断厂商的情况，利润最大化条件$p(y)=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon(y)|}\right)MC>MC$

消费者愿意支付的最高价格大于厂商边际成本，因此不是帕累托最优，有效率提升空间。
相较于完全竞争市场，垄断厂商的定价较高，产量较低。

⑤垄断的福利损失

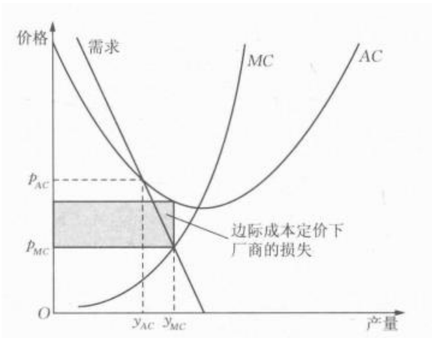


用消费者剩余和生产者剩余之和衡量社会总福利。（在无税收前提下）

	生产者剩余	消费者剩余	社会总福利
完全竞争市场	C+D	A+B+E	A+B+C+D+E
垄断厂商	A+D	E	A+D+E

B+C 即为垄断的福利损失。

⑥自然垄断



固定成本极大，边际成本较小，始终在平均成本下降处生产。即$MC < AC$

其他厂商难以进入，进入后平均成本小于价格，厂商亏损。

自然垄断的管制

利润$\pi = p(y) \cdot y - c(y) = y(p(y) - AC)$

情形 1：边际成本定价

由于厂商面对整个市场需求，因此均衡时价格位于边际成本与需求曲线相交处。

此时，利润$\pi = y(p(y) - AC) = y(MC - AC) < 0$，厂商亏损。该均衡点为帕累托最优点，但厂商需要政府补贴以维持经营。

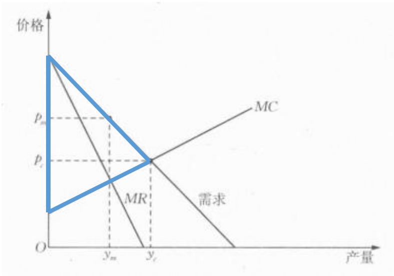
情形 2：平均成本定价

由于厂商面对整个市场需求，因此均衡价格位于平均成本与需求曲线相交处。

此时，利润$\pi = y(p(y) - AC) = y(AC - AC) = 0$，厂商 0 利润，此时无需政府补贴。但仍存在问题：产量较低，不是帕累托最优。

3、垄断行为

①一级价格歧视



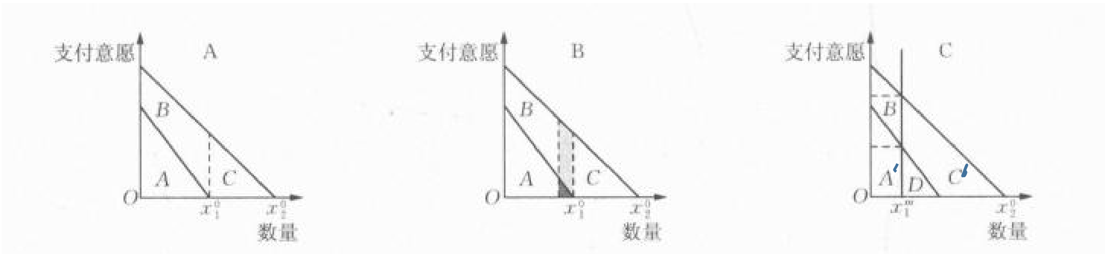
一级价格歧视情形下，垄断厂商洞悉了每一位消费者的保留价格，按照保留价格歧视性定价，取得了全部剩余，消费者剩余为 0。

回忆生产者剩余的表示：边际成本曲线上方的面积

一级价格歧视是帕累托最优的，产量与完全竞争市场产量相同。

思考：垄断厂商一级价格歧视与完全竞争市场的联系和区别？

②二级价格歧视



上图的前提假设：MC=0

厂商的定价策略

	数量 x_1 定价 A， 数量 x_2 定价 A+B+C	数量 x_1 定价 A， 数量 x_2 定价 A+C	数量 x_1^m 定价 **A′**， 数量 x_2 定价 **A′+D+C′=A+C′**
高支付意愿群体支付	A	A+C	A′+D+C′= A+C′
低支付意愿群体支付	A	A	A′
总支付	2A	2A+C	A+ A′+C′=2A+C′-D

③三级价格歧视

厂商利润最大化的推导：设两个市场上的产量为y_1和y_2，对应价格为$p_1(y_1)$和$p_2(y_2)$，成本为$c(y_1+y_2)$。

利润$\pi=p_1(y_1)\cdot y_1+p_2(y_2)\cdot y_2-c(y_1+y_2)$，利润最大时，有 $\frac{d\pi}{dy_1}=0, \frac{d\pi}{dy_2}=0$，

即 $\frac{dp_1(y_1)}{dy_1}\cdot y_1+p_1(y_1)-MC(y_1+y_2)=0$，$\frac{dp_2(y_2)}{dy_2}\cdot y_2+p_2(y_2)-MC(y_1+y_2)=0$，决定了产量$y_1$和$y_2$，

代入两个市场各自需求曲线，解得两个市场上的价格p_1和p_2

市场价格与需求弹性的关系

将利润最大化条件写成需求弹性形式，

即$p_1(y_1)=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon_1(y_1)|}\right)MC(y_1+y_2)$，$p_2(y_2)=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon_2(y_2)|}\right)MC(y_1+y_2)$

若$p_1(y_1)>p_2(y_2)$，有$\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon_1(y_1)|}\right)>\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon_2(y_2)|}\right)$，化简得$|\varepsilon_1(y_1)|<|\varepsilon_2(y_2)|$

结论：市场价格较高的市场有着较低的需求弹性。

题目中一般为线性需求函数

设市场 1 的反需求函数$p_1=a-by_1$，市场 2 的反需求函数$p_2=c-dy_2$，成本为$c(y_1+y_2)$。

厂商利润$\pi=(a-by_1)\cdot y_1+(c-dy_2)\cdot y_2-c(y_1+y_2)$

歧视定价时，厂商利润最大化条件：

$a-2by_1-MC(y_1+y_2)=0$，$c-2dy_2-MC(y_1+y_2)=0$

为简化分析，假设边际成本$MC=m$

有$y_1=\dfrac{a-m}{2b}$，$y_2=\dfrac{c-m}{2d}$

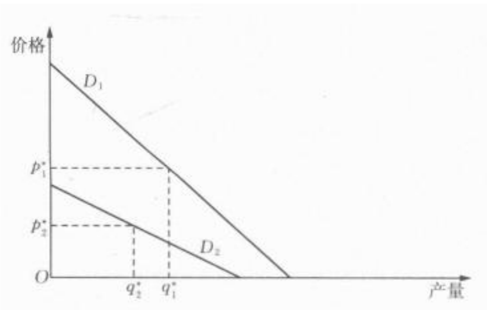
单一定价时，$y=y_1+y_2=\dfrac{a-p}{b}+\dfrac{c-p}{d}=\dfrac{ad+bc-p(b+d)}{bd}$

即$p=\dfrac{ad+bc-bdy}{b+d}=\dfrac{ad+bc}{b+d}-\dfrac{bd}{b+d}y$

利润最大化条件：$\dfrac{ad+bc}{b+d}-\dfrac{2bd}{b+d}y-MC=0$，令$MC=m$

即$y=\dfrac{\left(\frac{ad+bc}{b+d}-m\right)(b+d)}{2bd}=\dfrac{ad+bc-(b+d)m}{2bd}$

发现：$y=y_1+y_2$（线性需求的巧合）



注意：单一定价的特殊情况：当厂商在一个市场上经营的最大利润大于在两个市场上经营的最大利润时，

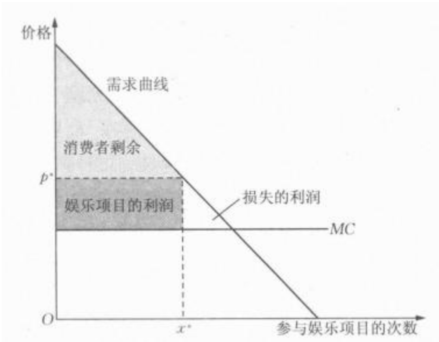
厂商会选择只在一个市场上经营，这时不存在$y=y_1+y_2$！

④搭售

消费者的类型	文字处理软件	电子制表软件
A 类消费者	120	100
B 类消费者	100	120

单独出售时，软件单价 100 元，收入为 400 元。
捆绑销售时，软件总价 220 元，收入为 440 元。

⑤两部收费制



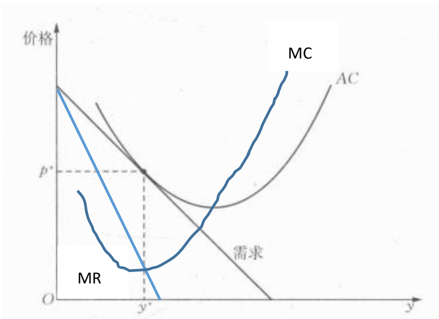
假设边际成本 MC 不变。

对娱乐项目定价p^*，消费者需求为x^*，公园在娱乐项目上利润$\pi=(p^*-MC)\cdot x^*$

公园以门票的形式取得消费者剩余，加上娱乐项目的收费，构成两部收费制。

当定价$p^*=MC$时，以门票的形式获取全部消费者剩余，此时利润最大化。

⑥垄断竞争



垄断竞争的特点：厂商生产差异化产品，有一定的市场势力，面临向右下方倾斜的需求曲线，但与众多垄断竞争厂商相互竞争，利润为 0。

利润最大化推导：厂商利润$\pi=p(y)\cdot y-c(y)$，$MR=\dfrac{dp(y)}{dy}\cdot y+p(y)=p(y)\cdot\left(1-\dfrac{1}{|\varepsilon(y)|}\right)=MC$

解得y使得$p(y)=AC(y)$，$\pi=p(y)\cdot y-c(y)=y(p(y)-AC(y))=0$

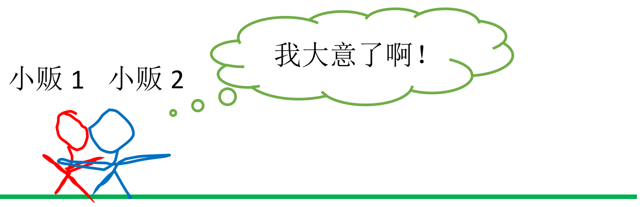
完全竞争、垄断竞争、垄断厂商之间的比较

	市场势力	面临的需求曲线	市场价格	产量	厂商利润	帕累托效率
完全竞争	没有	水平	P=MC=minAC	最多	0	帕累托最优
垄断竞争	有，但不多	右下方倾斜	P=AC	较少	0	低效率
垄断厂商	有	右下方倾斜	P>MC	最少	大于 0	最低效率

⑦产品差异化区位模型

向对方移动对两个小贩来说更有利。

竞争的结果：



4、要素市场

①卖方垄断的要素需求

设厂商的生产函数为$y=f(x)$，其中y为产品数量，x为要素数量

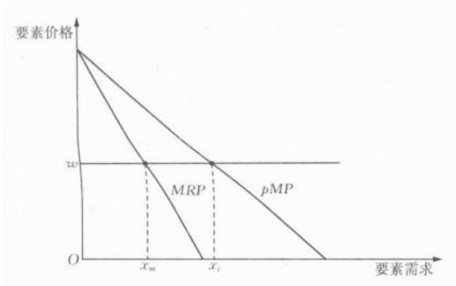
定义要素的边际产出$MP_x=\dfrac{dy}{dx}$，产品的边际收益$MR_y=\dfrac{dR}{dy}$，边际产品价值$p_y\cdot MP_x$

则边际产品收益$MRP_x=\dfrac{dR}{dx}=\dfrac{dR}{dy}\cdot\dfrac{dy}{dx}=MR_y\cdot MP_x$

<u>边际产品收益其实就是要素的边际收益</u>

对于垄断厂商而言，一定有$MRP_x<p_y\cdot MP_x$，因为$MR_y<p_y$

回忆MR的弹性表达式：$MR=\dfrac{dp(y)}{dy}\cdot y+p(y)=p(y)\cdot\left(1-\dfrac{1}{|\varepsilon(y)|}\right)$



假设要素价格不变，即厂商的边际成本不变

垄断厂商的利润最大化要求：$MR_x=MC_x$，即$MRP=w$

对于完全竞争厂商，利润最大化要求：$p_x=MC_x$，即$p_y\cdot MP_x=w$

因此，卖方垄断厂商的要素需求少于竞争厂商。

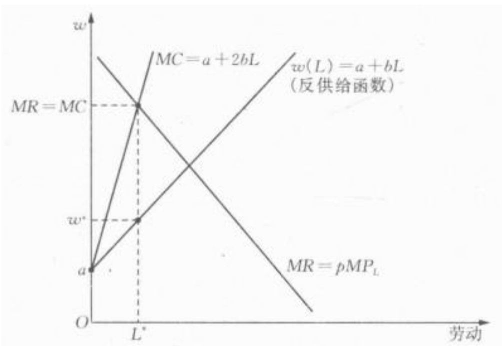
②买方垄断的要素需求

买方垄断和卖方垄断的联系和区别：对于卖方垄断厂商，是产品市场上唯一的出售者，面临整个市场需求曲线，其垄断势力影响市场产品价格；对于买方垄断厂商，是要素市场上唯一的购买者，面临整个市场供给曲线，其垄断势力影响市场要素价格。

假定买方垄断厂商面临的产品价格不变，以**<u>线性供给函数</u>**为例。

厂商利润$\pi=pf(L)-(a+bL)\cdot L$，利润最大化条件$\dfrac{d\pi}{dL}=0$，$pMP_L-a-2bL=0$

由此解得劳动力要素需求L，代入供给函数得劳动力要素价格$a+bL$



在厂商处于完全竞争的产品市场条件下，有$MR_x=MC_x=p_x$，

因此MR_x是要素市场的需求曲线

从图中可以看出，**<u>买方垄断的要素市场的要素产量和价格均低于完全竞争的要素市场！</u>**
③上下游垄断的双重加成定价
上游垄断厂商向下游垄断厂商出售生产要素 x，下游垄断厂商向市场出售产品 y

上游垄断厂商的定价：$p(x)=\left(1-\dfrac{1}{1-|\varepsilon(x)|}\right)MC_x$

假设产品生产函数$y=x$

下游垄断厂商的定价：

$$p(y)=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon(y)|}\right)MC_y=\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon(y)|}\right)\left(1-\frac{1}{1-|\varepsilon(x)|}\right)MC_x$$

最终产品价格的形成经历了两次成本加成定价，故称双重加成定价。
5、寡头垄断
序贯博弈：产量领导、价格领导
同时博弈：古诺均衡、伯特兰均衡
合作博弈：卡特尔
①产量领导：斯塔克尔伯格模型
产量领导者决定产量时需要考虑追随者的反应

追随者的反应问题：对追随者而言，领导者产量为常量y_1，

追随者利润$\pi_2=p(y_1+y_2)y_2-c(y_2)$，考虑线性需求情况，$p(y_1+y_2)=a-b(y_1+y_2)$，

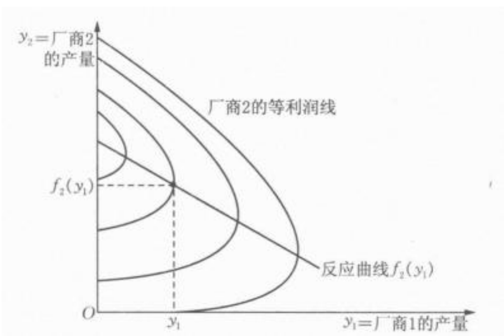
追随者利润$\pi_2=(a-b(y_1+y_2))y_2-c(y_2)=ay_2-by_1y_2-by_2{}^2-c(y_2)$

利润最大化时，$\dfrac{d\pi_2}{dy_2}=a-by_1-2by_2-MC=0$

为简化分析，设 MC=0。则有$\dfrac{d\pi_2}{dy_2}=a-by_1-2by_2=0$，即追随者的反应曲线方程。

追随者产量$y_2=\dfrac{a-by_1}{2b}$

在图中表示厂商 2 的等利润线和反应曲线：



等利润线方程：$ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 - c(y_2) - \pi_2 = 0$

由等利润线方程可知，当y_2不变时，y_1越大，π_2越小，因此越在内侧的等利润线代表的利润越多

对于任一确定的y_1，y_2的选择应使等利润线尽可能靠近内侧，因此最优选择点上等利润线的切线垂直

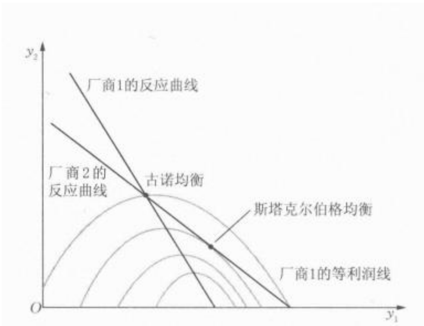
现在，领导者已知追随者的产量$y_2 = \dfrac{a-by_1}{2b}$

领导者利润$\pi_1 = (a - b(y_1 + y_2))y_1 - c(y_1) = \left(a - b\left(y_1 + \dfrac{a-by_1}{2b}\right)\right)y_1 - c(y_1)$

利润最大化时，$\dfrac{d\pi_1}{dy_1} = a - 2by_1 - \dfrac{a}{2} + by_1 - MC = \dfrac{a}{2} - by_1 = 0$

解得$y_1 = \dfrac{a}{2b}$，代入得$y_2 = \dfrac{a}{4b}$，行业总产量$y = y_1 + y_2 = \dfrac{3a}{4b}$

在图中表示厂商 1 的等利润线和斯塔克尔伯格均衡点：



越在内侧的等利润线代表的利润越多，因此厂商 1 选择的均衡点应尽可能在靠近内侧的等利润线上。因此，均衡点在厂商 2 的反应曲线与厂商 1 的等利润线的切点上。

②同时设定产量：古诺均衡（两家厂商相互追随产量）

仍然考虑厂商2利润$\pi_2 = (a - b(y_1 + y_2))y_2 - c(y_2) = ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 - c(y_2)$

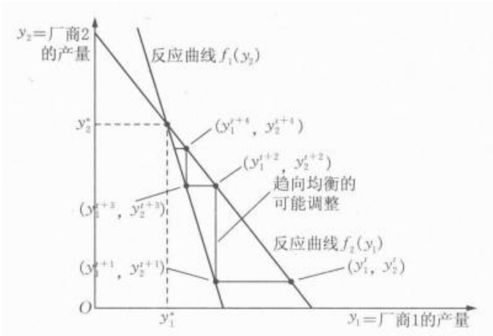
利润最大化时，厂商 2 的反应曲线方程$\dfrac{d\pi_2}{dy_2} = a - by_1 - 2by_2 - MC = a - by_1 - 2by_2 = 0$

同时设定产量时，厂商 1 同样追随厂商 2 的产量，将厂商 2 的产量y_2视为给定常量

同理，厂商1利润$\pi_1 = (a - b(y_1 + y_2))y_1 - c(y_1) = ay_1 - by_1y_2 - by_1^2 - c(y_1)$

利润最大化时，厂商 1 的反应曲线方程$\dfrac{d\pi_1}{dy_1} = a - by_2 - 2by_1 - MC = a - by_2 - 2by_1 = 0$

联立两反应曲线方程，解得$y_1 = \dfrac{a}{3b}$，$y_2 = \dfrac{a}{3b}$，行业总产量$y = y_1 + y_2 = \dfrac{2a}{3b}$



古诺均衡实现的过程：两厂商沿着反应曲线朝着古诺均衡调整产量。
古诺均衡的一般形式：对任一厂商，将行业中其他厂商的产量视为给定，生产利润最大化产量。设某一厂商产量为y_i，行业总产量为 Y，产品价格为 p(Y)。

利润最大化条件：MR=MC，$p(Y)+\frac{dp(Y)}{dy_i}y_i=MC(y_i)$，将其他厂商产量视为给定常量 y，

因此有$\frac{dp(Y)}{dY}=\frac{dp(Y)}{d(y_i+y)}=\frac{dp(Y)}{dy_i}$，代入上式，有$p(Y)+\frac{dp(Y)}{dY}y_i=MC(y_i)$

改写为需求弹性形式，有$p(Y)\left(1+\frac{dp(Y)/p(Y)}{dY/Y}\cdot\frac{y_i}{Y}\right)=p(Y)\left(1+\frac{1}{\varepsilon(Y)}\cdot\frac{y_i}{Y}\right)=MC(y_i)$

$\frac{y_i}{Y}$为该厂商所占的市场份额，设为s_i，有$p(Y)\left(1-\frac{1}{|\varepsilon(Y)|}\cdot s_i\right)=MC(y_i)$

当$s_i=1$时，有$p(Y)\left(1-\frac{1}{|\varepsilon(Y)|}\right)=MC(Y)$，这是垄断厂商的利润最大化条件！

当$s_i=0$时，有$p(Y)=MC(Y)$，这是完全竞争厂商的利润最大化条件！

③价格领导
考虑顺序：价格领导者决定价格，追随者首先将价格视为给定，根据利润最大化原则确定产量。追随者利润$\pi=p\cdot y_2-c(y_2)$，$\frac{d\pi}{dy_2}=p-MC(y_2)=0$，由此确定追随者产量$y_2(p)$。

给定价格，市场需求$D(P)=f(p)$，因此领导者面临的需求函数为$y_1=f(p)-y_2(p)$，由

此得到领导者面临的反需求函数$p(y_1)$。领导者根据利润最大化原则确定产量。领导者利润

$\pi=p(y_1)\cdot y_1-c(y_1)$，$\frac{d\pi}{dy_1}=\frac{dp(y_1)}{dy_1}\cdot y_1+p(y_1)-MC(y_1)=0$，由此确定领导者产量$y_1$。

将产量y_1代入领导者面临的反需求函数$p(y_1)$中，解得价格p及追随者产量$y_2(p)$。

④同时设定价格：伯特兰均衡
竞争的叫价模型：假设两厂商的成本函数相同，厂商之间竞价直至 P=MC，产量与完全竞争市场相同，达到帕累托最优。
⑤串谋：卡特尔
两个寡头厂商合作经营，以利润总和最大化为目标生产，在此基础上分配利润。

厂商的利润总和$\pi = p(y_1+y_2)\cdot(y_1+y_2) - c_1(y_1) - c_2(y_2)$

利润最大化条件$\frac{d\pi}{dy_1}=0$，$\frac{d\pi}{dy_2}=0$，有$p(y_1+y_2)+\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_1}\cdot(y_1+y_2)-MC_1(y_1)=0$，

$p(y_1+y_2)+\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_2}\cdot(y_1+y_2)-MC_2(y_2)=0$

注意到$\frac{dp(y_1+y_2)}{dY}=\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_1}=\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_2}$，因此有$MC_1(y_1)=MC_2(y_2)$

串谋的不稳定和破裂：

考虑厂商1利润$\pi_1 = p(y_1+y_2)\cdot y_1 - c_1(y_1)$，

边际利润$\frac{d\pi_1}{dy_1}=p(y_1+y_2)+\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_1}\cdot y_1 - MC_1(y_1)$

$=p(y_1+y_2)+\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_1}\cdot(y_1+y_2)-MC_1(y_1)-\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_1}\cdot y_2$

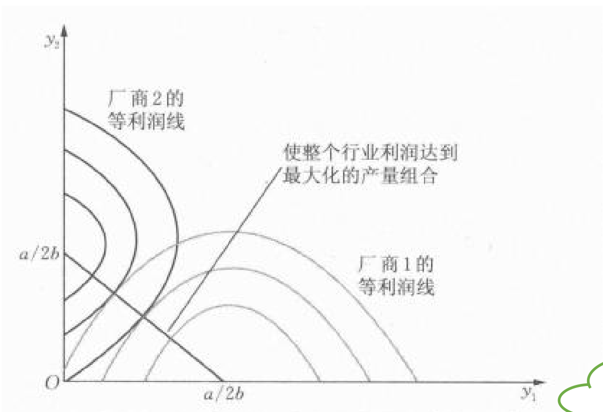
$=-\frac{dp(y_1+y_2)}{dy_1}\cdot y_2>0$

因此，厂商存在增加产量的动机！
同样，以线性需求函数为例，假设边际成本为0，求解卡特尔条件下的行业产量：

厂商总利润$\pi=[a-b(y_1+y_2)](y_1+y_2)-c_1(y_1)-c_2(y_2)$

利润最大化条件$\frac{d\pi}{dy_1}=a-2by_1-2by_2=0$，$\frac{d\pi}{dy_2}=a-2by_2-2by_1=0$

解得行业总产量$y=y_1+y_2=\frac{a}{2b}$



如果行业利润实现了最大化，那么，每家厂商增加产量的边际利润就必定相等。这意味着等利润线在利润最大化的产量水平上一定相切。

为啥呢？

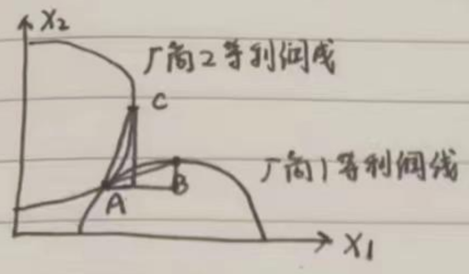
↑这个待会再说

比较：在**线性需求假设**和**边际成本为 0** 的假设下，产量领导（斯塔克尔伯格模型）、同时设定产量（古诺模型）、串谋（卡特尔）的产量与价格

	斯塔克尔伯格模型	古诺模型	卡特尔均衡
价格	$\frac{a}{4}$	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$
行业总产量	$\frac{3a}{4b}$	$\frac{2a}{3b}$	$\frac{a}{2b}$

产量：产量领导（斯塔克尔伯格模型）>同时设定产量（古诺模型）>串谋（卡特尔）！

下面证明：卡特尔均衡时两厂商等利润线相切



证明：卡特尔均衡时两厂商等利润线相切（线性需求和MC=0假设下）

分析：设A点为切点，有A点在两等利润线切线的斜率相等，$k_1=k_2$

① 从A点到B点，有 $\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial\pi_1}{\partial x_2}\cdot\Delta x_2=0$，$k_1=\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=-\frac{\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial\pi_1}{\partial x_2}}$

② 从A点到C点，有 $\frac{\partial\pi_2}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}\Delta x_2=0$，$k_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}=-\frac{\frac{\partial\pi_2}{\partial x_1}}{\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}}$

卡特尔均衡时，$P=a-b(x_1+x_2)=a-b\times\frac{a}{2b}=\frac{a}{2}$，$x_1+x_2=\frac{a}{2b}$

厂商1利润 $\pi_1=p(x_1+x_2)\cdot x_1-c(x_1)=\frac{a}{2}\cdot x_1-c(x_1)$

厂商2利润 $\pi_2=p(x_1+x_2)\cdot x_2-c(x_2)=\frac{a}{2}\cdot x_2-c(x_2)$

$\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}=\frac{a}{2}-mc(x_1)=\frac{a}{2}$，$\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}=\frac{a}{2}-mc(x_2)=\frac{a}{2}$

$\frac{\partial\pi_1}{\partial x_2}=\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial x_2}=\frac{a}{2}\times(-1)=-\frac{a}{2}$

$\frac{\partial\pi_2}{\partial x_1}=\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial x_1}=\frac{a}{2}\times(-1)=-\frac{a}{2}$

所以，$k_1=-\frac{\frac{\partial\pi_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial\pi_1}{\partial x_2}}=1$，$k_2=-\frac{\frac{\partial\pi_2}{\partial x_1}}{\frac{\partial\pi_2}{\partial x_2}}=1$

$k_1=k_2$，证毕

讲完了 O(∩_∩)O